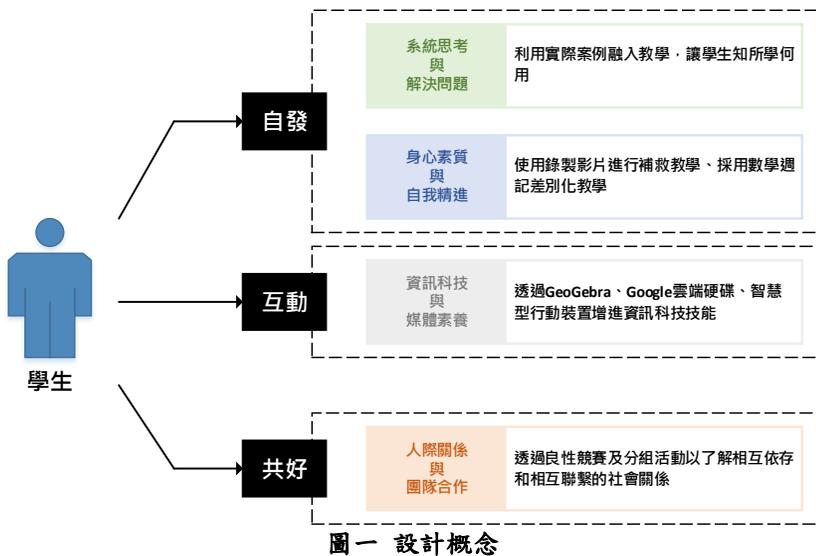


數學領域/數學科目教學單元案例設計表

領域/科目		數學領域/數學科目		
設計者		許育誠、王世甫	指導老師	臺北市立永春高中王世甫教師 臺北市立永春高中曾慶良教師
實施年級		普通型高級中學一年級	總節數	共 4 節，200 分鐘
單元名稱		第二章多項式函數 2-1 簡單多項式函數及圖形		
設計依據				
學習重點	學習表現	n-V-4、n-V-6、g-V-1、g-V-2、g-V-3、 g-V-4、g-V-5、a-V-1、f-V-1、f-V-2	核心素養	數-A1、數 S-U-A2、數-A3、數 S-U-B1、數 S-U-B2、數-C2
	學習內容	G-10-1、G-10-2、F-10-1、F-10-2		
議題融入	學習主題	無		
	實質內涵	無		
與其他領域/科目的連結		科技領域/資訊科技		
教材來源		一、普通高級中學-數學 1 乙版(一上用書) (翰林出版社) 二、普通高級中學-數學學習作簿 1 乙版(一上用書) (翰林出版社)		
教學設備/資源		黑板、粉筆、白板貼、白板筆、筆記型電腦、投影機、Geogebra、Plickers、智慧型手持裝置、Google 雲端硬碟		
學習目標				
<p>一、能繪畫出一次函數圖形，並標示出其斜率與<math>x</math>、<math>y</math>軸截距</p> <p>二、能繪畫出二次函數圖形，並利用配方法解求極值、標示出最大值或最小值、頂點坐標與對稱軸位置</p> <p>三、能了解二次函數判別式應用時機及其幾何意義</p> <p>四、能透過觀察連結常數、一次、二次、單項三次、單項四次函數及圖形平移觀念</p> <p>五、能繪畫出單項三次及四次函數圖形</p> <p>六、能辨別奇函數與偶函數</p>				
教學活動設計				
教學活動內容及實施方式			時間	備註
<p><b>第一階段：課前測驗</b></p> <p>由於此章節大部分內容為回顧舊經驗，根據國中課綱學生應已具備關於函數定義、二次以下函數繪圖、二次函數使用配方法求極值等能力。故在此章節上課前一堂課，額外撥出 20 分鐘進行課前測驗(附錄一)，以了解學生對於這些概念的理解程度，也作為課後評估學習成效比較之依據。</p>			20 分鐘	非教學時間
<p><b>第二階段：教學活動(設計動機、設計概念)</b></p> <p>一、設計動機</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>傳統簡單多項式函數及圖形這一章節著重於抽象概念陳述及解題技巧，學生困惑所學何用？忽略此一章節於應用方面重要性。</li> <li>部分學生對於課程內容無聆聽求知慾望，導致班級學生學習程度兩極化。</li> </ol> <p>二、設計概念</p> <p>為了解決上述兩項動機，並強調核心素養以人為本的『終生學習者』與『自發、互動、共好』基本理念，本教案設計概念提出透過生活化案例融入教學，讓學生系統思考與解決問題；採用資訊科技提升學習成效；藉由小組討論增進團隊合作。圖一將上述想法在細分成五大教學方針，並與核心素養三面九項彼此呼應。其五大教學方針分別為利用實際案例融入教學，讓學生知所學何用；使用錄製影片進行補救教學、採用數學週記差別化教學；透過 GeoGebra、Google 雲端硬碟、智慧型行動裝</p>			0 分鐘	非教學時間

置增進資訊科技技能；透過良性競賽及分組活動以了解相互依存和相互聯繫的社會關係。



圖一 設計概念

**第二階段：教學活動**（第一節課：函數定義與常數、一次函數及圖形）

一、收心與專注

為了吸引學生關注，在課程初期向學生說明本次章節上課方式跟以往有所不同採競賽形式，利用豐富獎勵誘惑讓其注意轉注於老師身上（配合圖二簡報內容）。



圖二 評分項目與規則說明

5  
分鐘

講述內容於試教成果中試教歷程詳述。

二、主題一：函數定義

1. 回顧舊經驗

利用班級隨處可以看到的裝置『電燈與電燈開關』案例，來進行函數定義說明。其對話內容如下：老師說：函數是一個很奇妙東西，函數它都有特定的功能，只要你(妳)下對的指令，它就會幫它就會幫你(妳)達成某個目標。

此時，老師前往電燈開關處將電燈關上，班級突然暗下，不管趴下或認真學生即刻四處張望，並適時打開電燈。並在黑板上畫下如圖三所示『電燈與電燈開關』函式表示圖。

老師說：『電燈與電燈開關』不就是函數，你(妳)給它一個指令(按下電燈開關)，它就把電燈關閉或打開。



圖三 『電燈與電燈開關』函式示意圖

5  
分鐘

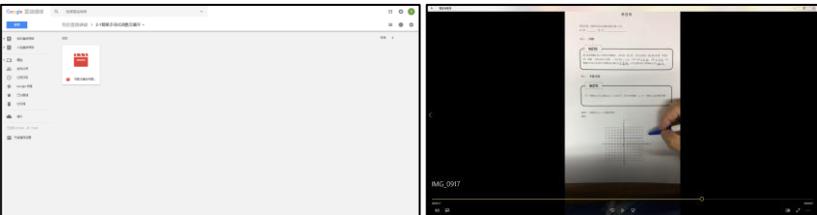
2. 關係洞察

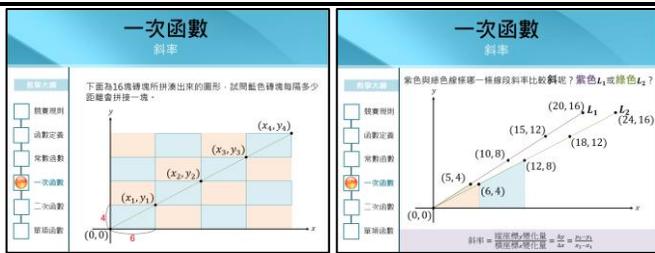
老師說：如黑板上『電燈與電燈開關』函式表示圖，所有可以按下電燈開關我們稱為『定義域』，會讓那些

5  
分鐘

講解過程中，會看整體學生理解狀況進行微調。學習不佳的話，適時加入背

<p>電燈亮與暗我們則稱為『值域』。</p> <p>3. 迷思/盲點</p> <p>透過『電燈與電燈開關』案例進一步詢問函數自變數與應變數的關係，讓學生歸納函數可以一對一、多對一，但不可以一對多的觀念。</p> <p>老師說：一個開關可以控制一個電燈或是部分某個區域的電燈，這稱為一對一。大家有看過兩個電燈開關可以控制一盞電燈的嗎？</p> <p>老師說：兩個電燈開關可以控制一盞電燈稱為多對一。那你(妳)們有看過一個電燈開關一下子決定這一盞燈亮，一下子決定另一盞燈亮嗎？(引導學生發覺函數是不可以一對多的)</p> <p>此時，也可以進一步請學生根據上述邏輯，提出符合函數的例子，並讓全班一起討論。</p>	<p>5 分鐘</p>	<p>誦口訣。</p>
<p>4. 正誤區辨</p> <p>課前有先針對學生於國中時期所學的先備知識進行課前測驗，從測驗結果可以發現學生不了解地方，透過前面講述內容回顧學生舊經驗。此時，將針對函數定義的內容再一次向學生提問，如圖四所示。目前也因 AR 技術成熟掀起即時性回饋評量風潮，這一次教學將採用 Plickers 來即時得知學生學習狀況，即刻進行補救教學，進行方式如圖五所示。</p> <div data-bbox="228 1158 896 1403" data-label="Image"> </div> <p style="text-align: center;">圖四 函數定義測試題目</p> <div data-bbox="332 1486 792 1731" data-label="Image"> </div> <p style="text-align: center;">圖五 Plickers 使用情況</p>	<p>10 分鐘</p>	<p>Plickers 為一套即時回饋評量系統，老師可以透過列印一人一張 A4 大小的 QR Code 紙張給學生，學生可使用 QR Code 直接作答。QR Code 四邊各有對應 A、B、C、D 四個選項，學生可以根據欲回答選項將選項朝上，老師開起智慧手持裝置端 APP，將鏡頭對準學生手上 QR Code 進行掃描，可立即統計回答狀況。詳情可參照 Plickers 網站(參考文獻六)。</p>
<p>三、主題二：常數、一次函數及圖形</p> <p>1. 回顧舊經驗</p> <p>利用詰問法直接向學生詢問何謂常數及一次函數？其函數分別如何表達？並將回覆結果寫於黑板上，在一次確認班級同學是否了解。</p>	<p>5 分鐘</p>	<p>透過觀察學生反應，以理解學生先備知識學習狀況。</p>
<p>2. 關係洞察</p> <p>使用 GeoGebra 將一次函數繪製出來，如圖六所示。並詢問何時會是常數函數？讓學生發覺常數函數為一次函數的特例。</p> <div data-bbox="337 2233 786 2472" data-label="Image"> </div>	<p>10 分鐘</p>	

圖六 GeoGebra(一次函數)		
<p>3. 實務探索</p> <p>在課程結束後，為了下一段課程內容斜率作鋪成，此時提出現實生活中容易碰觸到的問題『險升坡』、『險降坡』。讓學生回家思考與搜尋相關資訊進行自學，並於下一次上課時發表自學成果。</p>	0 分鐘	僅以口頭講述回家作業內容。
<p>四、學習單練習</p> <p>於下課前 5 分鐘發下學習單進行練習(附錄二)。學習單上有今日講述重點整理，讓學生課後立即嘗試撰寫題目，有助於加深學習印象。下課鐘響回收，批改過後於下一次課前發回給學生。</p>	5 分鐘	
<p>五、自主學習(未於此次試教使用)</p> <p>上課過程會予以錄影及學習單求解說明影片(如圖七右圖)皆放置 Google 雲端硬碟(如圖七左圖)中，並與全班同學共享，學生可以利用課餘複習，若有不懂之處也可以透過班級 Line 群組向老師尋求幫助，可以下一次上課作為複習與盲點破除內容。</p>	0 分鐘	學生於課餘時間操作。
 <p>圖七 Google 雲端硬碟與學習單求解錄影</p>		
<p><b>第二階段：教學活動(第二節課：斜率與截距、二次函數及圖形)</b></p>		
<p>一、收心與專注</p> <p>為了吸引學生關注，在課程初期向學生提及感興趣的議題，一起討論，並將學生目光轉移至老師身上。在學生提起專注力後，將談話慢慢轉移至課程上。</p>	5 分鐘	講述內容於試教成果中試教歷程詳述。
<p>二、上一堂課內容複習與盲點破除</p> <p>從學習單批改可以發現，學生大部分錯誤題型及計算錯誤部分，可以於這一段時間進行補救教學給予學生解惑，同時間也進行觀念上的複習。</p>	5 分鐘	
<p>三、主題三：斜率與截距</p> <p>1. 回顧舊經驗</p> <p>透過前一堂課最後提出『險升坡』、『險降坡』的問題，讓學生搶答回覆，並說明其公式，並將結果寫於黑板上。</p>	5 分鐘	會以逗趣口吻進行，並指定預計會回家查詢同學上台發表。
<p>2. 關係洞察</p> <p>為了呼應回顧舊經驗結果，利用拼疊磚塊的概念(圖八左圖)來衍生出斜率的定義是由『垂直間距與水平間距的比值』或是『水平間距與垂直間距的比值』。接著詢問斜率越大代表斜率愈陡，透過圖八右圖詢問學生哪一條線比較陡，藉由歸納推理讓學生說出斜率是『垂直間距與水平間距的比值』。</p>	10 分鐘	全程以詰問法進行。



圖八 講述斜率概念例題

3. 正誤區辨

利用圖五 GeoGebra 讓學生體會  $f(x) = ax + b$ ， $(a \neq 0)$  時，係數  $a$  值決定直線的傾斜程度，來闡述事實上斜率便是一次函式領導係數的值。可是當斜率為負值時，則斜率愈陡則數值愈小。另一方面，透過 GeoGebra 調整  $b$  值，讓學生清楚明瞭此係數決定直線與  $y$  軸交點位置。

10  
分鐘

4. 行動實踐

作為回家作業，請學生於下一次上課前這一段時間觀察生活周遭人事物，寫下現實生活中什麼時候會使用到斜率？不限則數，但課堂上提及案例不可再提。

0  
分鐘

僅以口頭講述回家作業內容。

四、主題四：二次函數及圖形

1. 回顧舊經驗

利用詰問法直接向學生詢問何謂二次函數？其函數如何表達？並將回覆結果寫於黑板上，在一次確認班級同學是否了解。

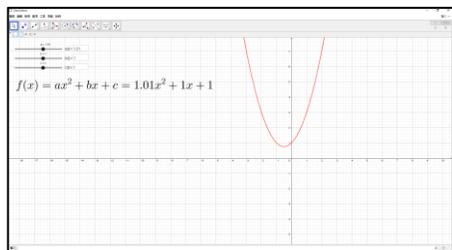
5  
分鐘

2. 關係洞察

用 GeoGebra 將二次函數繪製出來，如圖十所示。讓學生體會  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $(a \neq 0)$  時，當  $a > 0$  時， $ax^2 + bx + c$  的圖形開口都向上，頂點是圖形的最低點， $a$  值愈大，開口愈小；當  $a < 0$  時， $ax^2 + bx + c$  的圖形開口都向下，頂點是圖形的最高點， $a$  值愈大，開口愈大。 $c$  值則決定頂點高度。並詢問何時會是一次函數？讓學生發覺一次函數為二次函數的特例。

5  
分鐘

上台同學僅有一位，老師除了協助這一位同學操作外，也會盡量與班級同學對話，以增加學生參與度。



圖十 GeoGebra(二次函數)

五、學習單練習

如同第一節課的學習單練習(附錄三)。

5  
分鐘

六、自主學習

如同第一節課所提及的自主學習。

0  
分鐘

第二階段：教學活動(第三節課：二次函數極值計算與涵義及恆正恆負條件)

一、收心與專注

如同第二節課的收心與專注。

5  
分鐘

講述內容於試教成果中試教歷程詳述。

二、上一堂課內容複習與盲點破除

如同第二節課，進行內容複習與盲點破除。

5  
分鐘

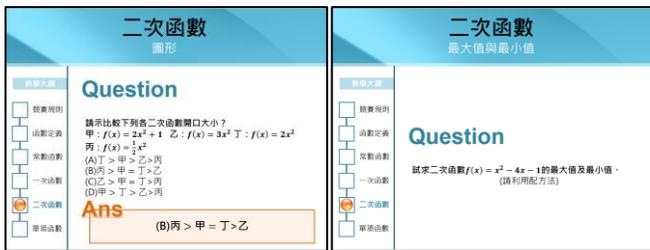
三、主題五：二次函數極值計算與涵義

1. 回顧舊經驗

5  
分鐘

會採用數種學生配方法易犯錯題型讓學生上台求

學生於國中時期皆有學習過二次函數判別開口大小、方向和利用配方法求極值、判斷極大或極小值與對稱軸位置。此時，將採用圖十一的題目讓學生嘗試上台求解，老師在旁協助解說。

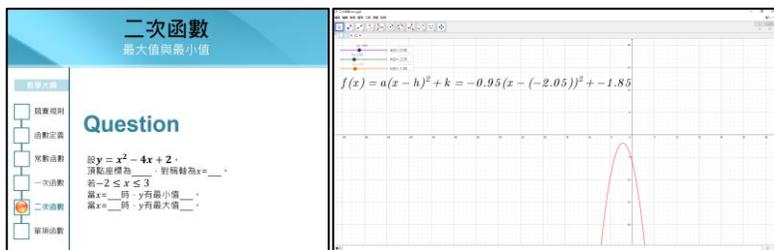


圖十一 判別二次函數圖形性質和配方法例題

解，可順勢讓全班學生發覺計算上會遭遇到瓶頸。

## 2. 關係洞察

透過回顧舊經驗，確認大部分學生對於配方法有一定熟悉度，便加入範圍限制下求二次函數極值，如圖十二左圖所示。另一方面，也使用 GeoGebra 讓學生將測試題目函數繪製出來，如圖十二右圖所示。老師在旁引導，而讓全班學生歸納總結，限制範圍下求極值繪製圖形是解題過程中不可缺少的一環。



圖十二 限制範圍下求極值和 GeoGebra(二次函數-配方後)

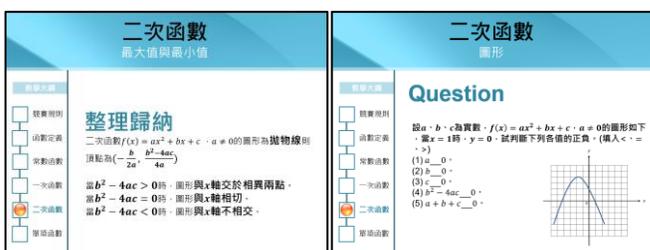
10  
分鐘

讓學生上台嘗試求解題目，以發覺沒有圖形輔助求解容易誤判極值位置。

## 四、主題六：二次函數恆正恆負條件

### 1. 關係洞察

在此重點有二，其一利用先前帶領學生複習的配方法，試著在黑板將  $f(x) = ax^2 + bx + c$  式子進行配方，整理出極值座標為  $(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2-4ac}{4a})$ 。其二緊接著再詢問學生方程式  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$  會有幾種類型(兩實根、重根、無解)解答？配合公式解  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$  與圖十 GeoGebra 圖形一起講解，進而歸納出圖十三左圖重點整理。



圖十三 二次函數恆正恆負條件和相關題型

10  
分鐘

一方面讓學生以代數形式進行配方。另一方面，也讓也嘗試讓學生將  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$  可能圖形繪製於黑板上。

### 2. 概念再製

對於為什麼要整理出前述兩項重點還一頭霧水的學生，立即推出圖十三右圖題目，讓學生有感剛剛所學主要訴求，便為解決此類題型。

10  
分鐘

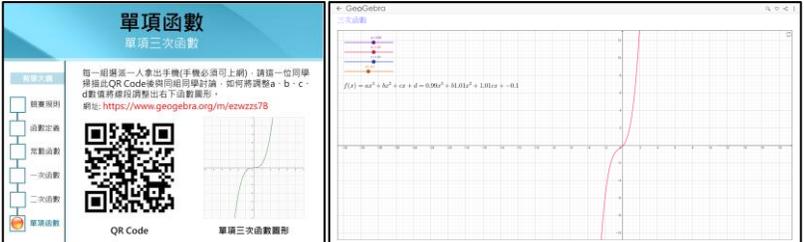
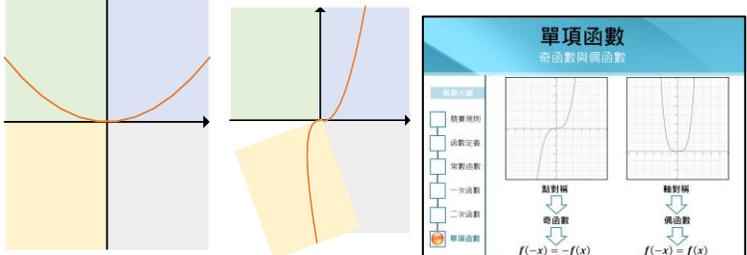
## 五、學習單練習

如同第一節課的學習單練習(附錄四)。

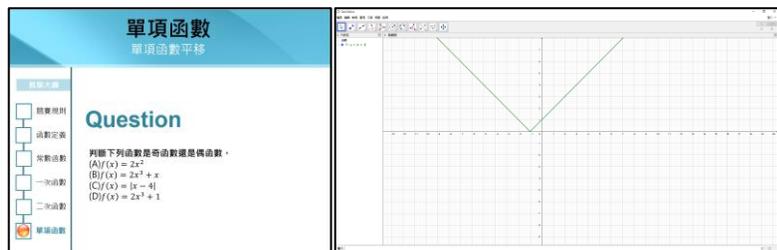
5  
分鐘

## 六、自主學習

0

如同第一節課所提及的自主學習。	分鐘	
<b>第二階段：教學活動</b> (第四節課：單項三、四次函數及圖形與奇偶函數) 一、收心與專注 如同第二節課的收心與專注。	5 分鐘	講述內容於試教成果中試教歷程詳述。
二、上一堂課內容複習與盲點破除 如同第二節課，進行內容複習與盲點破除。	5 分鐘	
三、主題七：單項三、四次函數及圖形 1. 回顧舊經驗(未於此次試教使用) 利用做中學教學方法，事先將製作好的三次與四次函數 GeoGebra 檔案發佈於網路上，透過分組方式一組約 5 至 6 人進行活動。每一組在這一段活動時間可以拿出兩支手機(僅可拿出兩支手機用意在防止其他學生拿手機作其它事)，試調整圖十四右圖三次函數係數，以符合圖十四左圖簡報中右邊函數圖形，讓學生從中發掘各係數代表涵義，並以搶答方式讓學生上台進行發表。活動過程中，學生須與組員合作學習，也需練習上台表達能力。另一方面，也讓學生歸納三次及四次函數各自有幾種解的可能性，以小論文方式敘述，可作為學生本學期學習歷程檔案之一。	15 分鐘	透過小組討論可以讓學生得知三次與四次函數圖形各種樣貌。
		
<p align="center"><b>圖十四 活動簡報內容和 Geogebra(三次函數)</b></p>		
2. 概念再製 在學生清楚明瞭單項三次與四次函數時，利用四塊白板貼繪製單項四次函數圖形，詢問同學四次函數的對稱軸(線對稱或軸對稱)為何？進而回顧國中所提及的線對稱觀念(圖形沿一條直線摺疊，直線兩旁的部分能夠互相重合)，如圖十五左圖所示。緊接詢問那單項三次函數圖形如何使其對稱呢？利用圖十五中圖闡述方式，以直角坐標原點為基準旋轉 180 度便重合，進而導出點對稱概念。	5 分鐘	點對稱觀念利用白板貼旋轉 180 度可達重合，此方式解說並非正統，但有利於學生對於此觀念理解。
		
<p align="center"><b>圖十五 利用白板貼解說軸對稱與點對稱及奇偶函數定義</b></p>		
3. 概念應用 透過軸對稱與點對稱進一步解釋何謂奇偶函數，利用圖十五右圖簡報進行說明奇偶函數定義。並請學生判斷圖十六左圖所示題目是奇函數、偶函數、還是以上皆非，讓台下學生親自使用電腦操作 GeoGebra(圖十六右圖所示)，老師適時糾正台上學生錯誤部分。等觀念熟悉後，引導學生運用帶入數值方	15 分鐘	

式進行判斷奇偶函數。



圖十六 奇偶函數判別練習

<p>四、學習單練習 如同第一節課的學習單練習(附錄五)。</p>	<p>5 分鐘</p>	
<p>五、自主學習 如同第一節課的所提及自主學習。</p>	<p>0 分鐘</p>	
<p><b>第三階段：課後測驗</b> 課後測驗(附錄六)將於此章節結束後週五早自習舉行，考試時間為 25 分鐘，其主要評量重點有二，其一評量學生是否滿足學習目標；其二根據課前測驗與課後測驗相同類似題型，透過相互比較可清楚了解學生學習情況及教師授課方式是否合適。</p>	<p>25 分鐘</p>	<p>非教學時間</p>
<p><b>試教成果：</b></p> <p>一、試教成果彙整</p> <p>在這一階段將回顧先前試教過程所有獲取資訊做一歸納整理，其中也分別包括測試學生學習目標是否達成與否。另一方面，統整這一次試教歷程所有資訊，將分別於下述分別說明。</p> <p>1. 測驗結果統計與歸納</p> <p>根據課前測驗、課後小考及課後測驗，利用統計圖表與統計方法進行分析，希望透過這一過程清楚了解學生學習成效。甚至，未來可透過假設檢定等方式得知教學方法及教學媒體所帶來的成效。</p> <p>2. 試教歷程</p> <p>透過實際演練教案所規劃教學內容，得知此規畫是否合適於教學現場(於試教心得與自省詳細說明)，採用試卷與使用過媒體等留下紀錄，也作為後續再利用和下一次教案規劃重要參考依據。其中，在第一、二、三、四節的收心與專注採用了以下方式，皆有效喚起學生注意力。</p> <p>a. 第一節課</p> <p>老師說：在接下來四節課老師將教授 2-1 簡單多項次函數及圖形，老師會在這一段時間中玩一個競賽活動，課程結束後積分最高前四名將會給予小禮物獎勵並斟酌加分數學平時小考成績(目前以積分最高者一次小考加 30 分、積分第二高者一次小考加 25 分、積分第三高者一次小考加 20 分、積分最四高者一次小考加 10 分計算)。其競賽內容可分為以下三種形式：</p> <p>甲. 全班性問答活動(即時性測試題)</p> <p>乙. 小組討論形式(各組須上台發表)</p> <p>丙. 學習單練習評比(有四次學習單，於每次下課前 5 分鐘發下，下課回收)</p> <p>丁. 課程中個人表現(隨機拋題詢問)</p> <p>b. 第二節課</p> <p>此次上課時間於下午最後一節，為了讓上了一整天課已疲累不堪的學生在一次將眼神聚焦於老師身上，詢問學生關注事項。其對話內容如下：</p> <p>老師說：你(妳)們希望積分最大高者想獲得食物還是文具類獎品?(透過班級成員投票進而引發求學動機)</p> <p>c. 第三節課</p> <p>本日有兩位學生生日，經過與他(她)週遭同學閒聊得知，此兩位學生樂於與大家分享生日的喜悅。因此，課堂初期便起鬨幫這兩位同學慶祝生日，當然慶祝之餘也讓學生將專注力轉為到即將進行的課程上。</p> <p>d. 第四節課</p> <p>這一天正逢教師節，透過全班一起祝賀與遞交賀卡給班級導師，將學生注意力集中於課堂上，並也透過歡愉的氣氛轉介於今天預先規劃的課程上。</p>		

## 二、試教心得與自省

### 1. 試教心得

#### a. 多元評量

這一次教學透過不同方式評量學生學習情況，採用 Plickers 即時回饋評量系統、課堂學生參與表達、課堂學習單練習、小考(課前測驗及課後測驗)，多面向評量學生學習狀況。於每次下課後可即刻分析，立即調整下堂課教學內容，有效進行補教教學。

#### b. 有效學習

透過課前測驗、課堂學習單練習，可清楚明瞭學生學習狀況。有趣的案例讓學生參與遊戲，並於遊戲後總結及概念再說明，更能加深學生學習印象。

### 2. 自省

#### a. 使用簡報進行教學速度略快

課程中約有三分之一的時間使用簡報進行教學活動，由於活動內容有別於課本，學生沒有參照文本。過快的教學速度，上課過程也不易做筆記，導致上課時若一閃神，課後則無法複習。日後可以將學習單於課前發下，課程結束後可以再利用另一張試題卷給予學生練習。

#### b. Plickers 辨識易受 QR Code 紙張不平影響

此次教學也因初次使用 Plickers 這一套軟體，僅使用一般紙張列印 QR Code。由於紙張過軟，導致智慧型手持裝置掃描時不易辨識，再加上班級人數過多，花費過多時間於這上面。未來可以將 QR Code 紙張張貼在厚紙板上，以增加辨識度。

#### c. GeoGebra 容易呈現較難想像函數圖形概念

此一章節有一重要主軸便是將函數與圖形做一關連整合。然而，在斜率大小、二次函式開口方向與大小、二次與四次式的差別、奇偶函數判斷等教學內容，皆有顯著效果。

#### d. 請學生上台演練，老師易發生一對一教學

在學生上台作答過程，遭遇到作答上的瓶頸，老師協助作答之餘，容易發生只針對上台學生一對一教學，使台下同學不知所措。

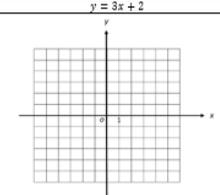
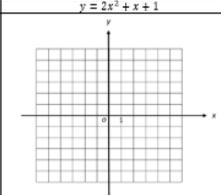
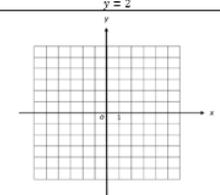
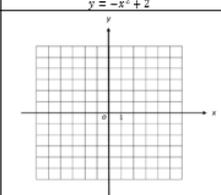
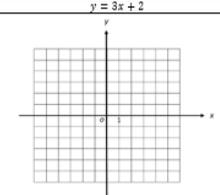
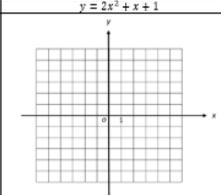
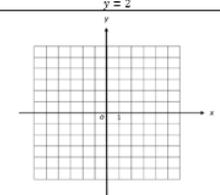
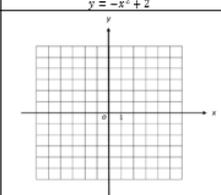
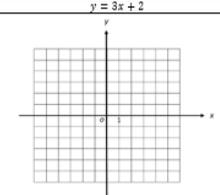
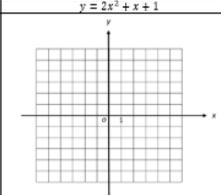
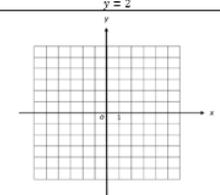
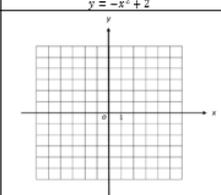
### 參考資料：

- 一、楊壬孝、蔡天鈺主編。普通高級中學數學 1。新北市：全華圖書。(授課內容、考題與學習單參考資料)
- 二、陳亮德、蔡杰、鐘祺聰編著。透析教學講義高中數學(一)-教師用。新北市：全華圖書。(考題與學習單參考資料)
- 三、錢寶明編著。iMATH 教學講義高中數學(一)-教師用。新北市：全華圖書。(考題與學習單參考資料)
- 四、名言佳句小百科，業餘數學家之王費馬，Retrieved October 1, 2017, from <http://www.trytohear.com/content/id/33475/cp/1>。(數學週記參考資料)
- 五、GeoGebra 官網，網址：[https://www.geogebra.org/?lang=zh\\_TW](https://www.geogebra.org/?lang=zh_TW)。
- 六、Plickers 官網，網址：<https://www.plickers.com/reports>。

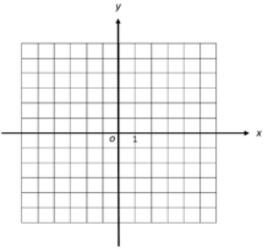
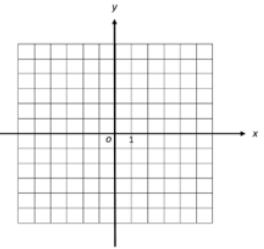
### 附錄：

- 一、附錄一：課前測驗。
- 二、附錄二：學習單(第一份)。
- 三、附錄三：學習單(第二份)。
- 四、附錄四：學習單(第三份)。
- 五、附錄五：學習單(第四份)。
- 六、附錄六：課後測驗。
- 七、附錄七：回饋單。

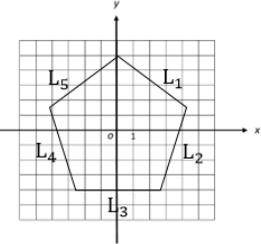
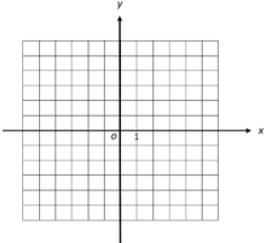
## 附錄一 課前測驗

正面		反面																									
	<p style="text-align: center;"><b>課前測驗</b></p> <p>章節名稱：簡單多項式函數及圖形 座號：_____ 姓名：_____</p> <p><b>一、選擇題</b></p> <p>____ 1. 對於<math>y</math>是<math>x</math>的函數，可以想像<math>y</math>值為隨著<math>x</math>值而改變的，我們把<math>x</math>叫做？ (A)應變數 (B)值域 (C)自變數 (D)定義域</p> <p>____ 2. 下列各<math>x</math>、<math>y</math>值的關係中，何者可稱為<math>y</math>是<math>x</math>的函數？ (A)年次數為<math>x</math>天的年份是<math>y</math>年 (B)<math>x</math>學校同學，為<math>y</math>班學生 (C)價值<math>x</math>元的飲品是<math>y</math>品類 (D)坐號<math>x</math>號的同學，英文期中成績為<math>y</math>分</p> <p>____ 3. 攝氏溫度<math>x</math>度時，華氏溫度為<math>y</math>度，且<math>x</math>與<math>y</math>的關係為<math>y = \frac{9}{5}x + 32</math>，當攝氏為零下 50 度時，華氏溫度為多少度？ (A)77 度 (B)58 度 (C)零下 58 度 (D)零下 77 度</p> <p>____ 4. 請選擇出<math>y = -(x - 1)^2 + 2</math>的開口方向、頂點座標及對稱軸？ (A)開口方向向上，頂點座標(1, -2)，對稱軸為-1 (B)開口方向向下，頂點座標(1, -2)，對稱軸為-1 (C)開口方向向下，頂點座標(-1, 2)，對稱軸為-1 (D)開口方向向上，頂點座標(1, 2)，對稱軸為 1</p> <p><b>二、填充題</b></p> <p>5. 在同一平面上比較下列二次函數的開口大小：甲：<math>y = \frac{2}{5}x^2</math>；乙：<math>y = 2x^2</math>；丙：<math>y = 5x^2</math>；丁：<math>y = -\frac{2}{5}x^2</math>，其大小為_____。</p> <p>6. 判斷下列函數類型？甲：常數函數；乙：一次函數；丙：二次函數</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>函數</th> <th>類型</th> <th>函數</th> <th>類型</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f(x) = 3x + 1</math></td> <td></td> <td><math>f(x) = -5</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f(x) = x</math></td> <td></td> <td><math>f(x) = 3x^2 + 1</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f(x) = -(x - 2)^2 + 4</math></td> <td></td> <td><math>f(x) = (x - 2)^2 + 2x</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right; margin-top: 20px;">(尚要填寫缺題)</p>	函數	類型	函數	類型	$f(x) = 3x + 1$		$f(x) = -5$		$f(x) = x$		$f(x) = 3x^2 + 1$		$f(x) = -(x - 2)^2 + 4$		$f(x) = (x - 2)^2 + 2x$			<p><b>三、計算題</b></p> <p>7. 繪製以下兩個函數的圖形</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"><math>y = 3x + 2</math></td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"><math>y = 2x^2 + x + 1</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"><math>y = 2</math></td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"><math>y = -x^2 + 2</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table> <p>8. 求解一元二次方程式<math>x^2 - 8x + 5 = 0</math>，其<math>x</math>值為多少？</p>	$y = 3x + 2$	$y = 2x^2 + x + 1$			$y = 2$	$y = -x^2 + 2$		
函數	類型	函數	類型																								
$f(x) = 3x + 1$		$f(x) = -5$																									
$f(x) = x$		$f(x) = 3x^2 + 1$																									
$f(x) = -(x - 2)^2 + 4$		$f(x) = (x - 2)^2 + 2x$																									
$y = 3x + 2$	$y = 2x^2 + x + 1$																										
																											
$y = 2$	$y = -x^2 + 2$																										
																											

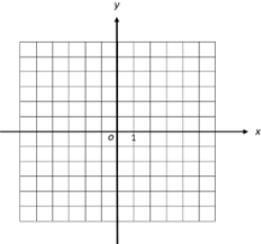
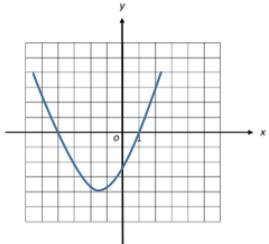
## 附錄二 學習單(1)

正面		反面	
	<p><b>學習單</b></p> <p>章節名稱：簡單多項式函數及圖形(第 1 份)            區 號：_____ 姓 名：_____</p> <p>重點一：函數</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <p>設 <math>f</math> 為兩變數 <math>x</math> 與 <math>y</math> 之間的對應關係，若對每一個 <math>x</math> 值，有而且僅有一個 <math>y</math> 與 <math>x</math> 對應，則稱 <math>f</math> 為一函數，也稱 <math>y</math> 是 <math>x</math> 的函數，一般記為 <math>y = f(x)</math>，其中 <math>x</math> 稱 _____，<math>y</math> 稱 _____。自變數 <math>x</math> 所有可能值的全體稱為函數 <math>f</math> 的 _____，所有函數值的全體稱為 <math>f</math> 的 _____。</p> </div> <p>重點二：常數函數</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <p>若一函數 <math>f(x)</math> 可以寫成 <math>f(x) = a</math> 的形式，其中 <math>a</math> 為實數，<math>a \neq 0</math>，則稱 <math>f(x)</math> 為常數函數。</p> </div> <p>練習 1：請繪製 <math>f(x) = 2</math> 函數的圖形            解答：</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>		<p>重點二：一次函數</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <p>若一函數 <math>f(x)</math> 可以寫成 <math>f(x) = ax + b</math> 的形式，其中 <math>a, b</math> 為實數，<math>a \neq 0</math>，則稱 <math>f(x)</math> 為一次函數。</p> </div> <p>練習 1：請繪製 <math>f(x) = 2x - 1</math> 函數的圖形            解答：</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>

## 附錄三 學習單(2)

正面		反面	
	<p><b>學習單</b></p> <p>單節名稱：簡單多項式函數及圖形(第2份)</p> <p>座號：_____ 姓名：_____</p> <p>重點三：斜率</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <math display="block">\text{斜率} = \frac{\text{縱座標y變化量}}{\text{橫座標x變化量}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}</math> </div> <p>練習1：於直線上任取相異兩點座標，分別為(0,6)與(2,10)，請計算此直線斜率。</p> <p>解答：</p> <p>練習2：如下圖，請比較<math>L_1</math>、<math>L_2</math>、<math>L_3</math>、<math>L_4</math>及<math>L_5</math>五條線段的斜率大小。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>解答：</p>		<div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <p>直線方程式<math>f(x) = ax + b</math>具有以下性質</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>當<math>a &gt; 0</math>時，函數圖形由左而右呈現逐漸升高的直線。</li> <li>當<math>a = 0</math>時，函數圖形是一條水平的直線。</li> <li>當<math>a &lt; 0</math>時，函數圖形由左而右呈現逐漸降低的直線。</li> </ul> <p><math>a</math>稱為直線斜率，<math>b</math>稱為y截距。</p> </div> <p>練習3：繪畫製<math>f_1(x) = 2x</math>、<math>f_2(x) = x + 1</math>、<math>f_3(x) = -4x</math>、<math>f_4(x) = -3x + 2</math>圖形，並計算斜率與截距。</p> <p>解答：</p> <div style="text-align: center;">  </div>

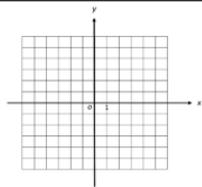
## 附錄四 學習單(3)

正面		反面	
	<p style="text-align: center;"><b>學習單</b></p> <p>章節名稱：簡單多項式函數及圖形(第3份)            座號：_____ 姓名：_____</p> <p>重點四：二次函數及其圖形</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <p>二次函數 <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>，<math>a \neq 0</math> 的圖形為拋物線則</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>當 <math>a &gt; 0</math> 時，圖形開口朝上。</li> <li>當 <math>a &lt; 0</math> 時，圖形開口朝下。</li> <li>若 <math> a </math> 愈大，圖形開口愈小。</li> </ul> <p>二次函數的圖形平移</p> <p><math>f(x) = a(x-h)^2 + k</math>，<math>h, k &gt; 0</math> 是將 <math>f(x) = ax^2</math> 的圖形向右平移 <math>h</math> 單位，再向上平移 <math>k</math> 單位。</p> </div> <p>練習 1：請比較 <math>f_1(x) = 2x^2</math>，<math>f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1</math>，<math>f_3(x) = -4x^2 - 1</math>，<math>f_4(x) = -3(x+2)^2 + 4</math> 圖形開口大小。</p> <p>解答：</p> <p>練習 2：請畫出 <math>y = x^2</math>，<math>y = -x^2</math>，<math>y = x^2 + 2</math>，<math>y = (x-1)^2</math> 的圖形。</p> <p>解答：</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>		<p>練習 3：設 <math>y = -x^2 + 6x + 1</math>。</p> <p>(1) 頂點座標為 _____，對稱軸為 <math>x =</math> _____。</p> <p>(2) 若 <math>-3 \leq x \leq 2</math></p> <p>當 <math>x =</math> _____ 時，<math>y</math> 有最小值 _____。</p> <p>當 <math>x =</math> _____ 時，<math>y</math> 有最大值 _____。(請於下面附上運算過程)</p> <p>解答：</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>NOTE</b></p> <p>二次函數 <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>，<math>a \neq 0</math> 的圖形為拋物線則</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>當 <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> 時，圖形與 <math>x</math> 軸交於相異兩點。</li> <li>當 <math>b^2 - 4ac = 0</math> 時，圖形與 <math>x</math> 軸相切。</li> <li>當 <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> 時，圖形與 <math>x</math> 軸不相交。</li> </ul> <p>頂點為 <math>(-\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a})</math></p> </div> <p>練習 4：設 <math>a, b, c</math> 為實數，<math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>，<math>a \neq 0</math> 的圖形如下，當 <math>x = 1</math> 時，<math>y = 0</math>，試判斷下列各值的正負。(填入 <math>&lt;</math>、<math>=</math>、<math>&gt;</math>)</p> <p>(1) <math>a</math> _____ <math>0</math>。</p> <p>(2) <math>b</math> _____ <math>0</math>。</p> <p>(3) <math>c</math> _____ <math>0</math>。</p> <p>(4) <math>b^2 - 4ac</math> _____ <math>0</math>。</p> <p>(5) <math>a + b + c</math> _____ <math>0</math>。</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>

## 附錄五 學習單(4)

正面		反面	
	<p style="text-align: center;"><b>學習單</b></p> <p>單節名稱：簡單多項式函數及圖形(第4份) 座號：_____ 姓名：_____</p> <p>重點五：單項三次或四次函數及其圖形</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"><p style="text-align: center;"><b>NOTE</b></p><p>三次函數的圖形平移 <math>f(x) = a(x-h)^3 + k</math>, <math>h, k &gt; 0</math> 是將 <math>f(x) = ax^3</math> 的圖形向右平移 <math>h</math> 單位，再向上平移 <math>k</math> 單位。</p><p>四次函數的圖形平移 <math>f(x) = a(x-h)^4 + k</math>, <math>h, k &gt; 0</math> 是將 <math>f(x) = ax^4</math> 的圖形向右平移 <math>h</math> 單位，再向上平移 <math>k</math> 單位。</p><p>奇函數與偶函數 若函數 <math>f(x)</math> 滿足 <math>f(-x) = -f(x)</math>，則稱為奇函數；若 <math>f(x)</math> 為奇函數，則圖形對稱原點。 若函數 <math>f(x)</math> 滿足 <math>f(-x) = f(x)</math>，則稱為偶函數；若 <math>f(x)</math> 為偶函數，則圖形對稱 <math>y</math> 軸。</p></div> <p>練習 1：判斷各函數 <math>f(x) = (x+7)^3 + 8</math> 的頂點座標為何？ 解答：</p>		<p>練習 2：判斷下列函數是奇函數還是偶函數。</p> <ol style="list-style-type: none"><li>(1) <math>f(x) = 2x^3</math></li><li>(2) <math>f(x) = 2x^3 + 2x^2</math></li><li>(3) <math>f(x) =  x-1 </math></li><li>(4) <math>f(x) =  x  + 1</math></li><li>(5) <math>f(x) = x^4 + 2x</math></li><li>(6) <math>f(x) = 2x^3 + 1</math></li></ol> <p>解答：</p>
	(背面仍有試題)		

## 附錄六 課後測驗

正面	反面
<p style="text-align: center;"><b>課後測驗</b></p> <p>筆跡名稱：簡單多項式函數及圖形 座號：_____ 姓名：_____</p> <p>一、選擇題(每題各 5 分)</p> <p>1. 二次函數<math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>，頂點為(2, 2)並開口向下，則下列關係正確？ (A)<math>a &gt; 0</math> (B)<math>b &gt; 0</math> (C)<math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> (D)<math>4a - 2b + c &gt; 0</math></p> <p>2. 設<math>m, n</math>為小於或等於 4 的相異正整數且<math>a, b</math>為非零實數，已知函數<math>f(x) = ax^m</math>與函數<math>g(x) = bx^n</math>的圖形恰有 3 個相異交點，請選出下列正確選項？(改稱 106 年學測題) (A)<math>m, n</math>皆為奇數且<math>a, b</math>異號 (B)<math>m, n</math>皆為偶數且<math>a, b</math>異號 (C)<math>m, n</math>皆為奇數且<math>a, b</math>同號 (D)<math>m, n</math>為一奇一偶</p> <p>二、填充題(每格各 5 分)</p> <p>3. 假設有兩點座標分別為(1, 3)和(5, 23)，這兩點間所連成的直線斜率為_____。</p> <p>4. 方程式<math>2x^2 - y + 3 = 0</math>，問(1)<math>x</math>是否為<math>y</math>的函數_____，(2)<math>y</math>是否為<math>x</math>的函數_____。</p> <p>5. 有一函數<math>y = 2x + 7</math>，(1)求直線斜率_____，(2)求直線與兩座標軸所圍成的三角形面積為_____。</p> <p>6. 試求滿足通過頂點(2, 3)且過點(0, 2)的二次函數_____。</p> <p>7. 下列四個函數<math>f_1(x) = 2x, f_2(x) = 3x + 1, f_3(x) = -3x - 1, f_4(x) = \frac{1}{3}x</math>其斜率分別為<math>a_1, a_2, a_3, a_4</math>，請就比較下列斜率大小_____。</p> <p>8. 若<math>y = ax + b</math>的斜率為 2，且過點(2, 0)，則<math>a = \underline{\hspace{2cm}}</math>，<math>b = \underline{\hspace{2cm}}</math>。</p> <p>三、計算題</p> <p>9. 繪製以下題目指示函數圖形，(15 分)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">分別畫出<math>y = 2x^2, y = 2(x-2)^2 + 3</math>圖形</p>  </div> <p><math>y = 2(x-2)^2</math>的圖形可由<math>y = 2x^2</math>圖形向_____ (請填上或下)移動_____ 單位、向_____ (請填左或右)移動_____ 單位得到。</p>	<p>10. 試<math>f(x) = x^2 - 4x + 1</math>在<math>1 \leq x \leq 4</math>的最小值為<math>M</math>，<math>f(x) = -x^2 + 6x + 2</math>在<math>-2 \leq x \leq 2</math>的最大值為<math>N</math>，試求<math>M + N</math>?請利用配方法計算，並詳列計算過程。(10 分)</p> <p>11. 判斷下列函數是奇函數、偶函數或非奇非偶函數?請將判斷過程詳列於下方空白處。(20 分)</p> <p>(1) <math>f(x) = 3</math> (2) <math>f(x) = x^4 + x^2</math> (3) <math>f(x) =  x - 2 </math> (4) <math>f(x) =  x  + 2</math> (5) <math>f(x) = x^3 + x</math></p>

